**Всероссийская олимпиада школьников по математике 11 класс.**

**2016-2017 учебный год**

**1 этап (школьная олимпиада)**

Ответы и решения

1. Пусть а руб. стоил товар, тогда новая стоимость – 1,25 аруб. Если 1,25 аруб. составляет 100%, то а руб. – х%. Находим х= 100а:1,25 а = 80 (%). 100 – 80 = 20 (%)

Ответ 20%

1. y=$\sqrt{tqx}\sqrt{ctqx}$=$\sqrt{tgx•ctgx}=1$, где х≠$\frac{π}{2}$•n, где nєZ. Учитывая область определения функции, построим график.

**

1. Не решая уравнение х2+ 4х – 2 = 0, найдите | x1 – x2 |, если известно, что x1  и x2 - корни этого уравнения.

Решение.

Учитывая, что = |a| и используя теорему Виета, имеем

 |x1- x2| = = = = 2.

1. Докажите, что среднее арифметическое двух неотрицательных чисел a и b больше либо равно их среднему геометрическому.

Решение.

Докажем, что .



1. Внутри треугольника ABC взята точка Pтак, что углы APB, BPCи CPAравны 120о. ПрямыеBPи CPпересекают прямые ACи ABв точках M и К. Известно, что четырехугольник AMPK равновелик треугольнику BCP. Чему равен угол BAC?

Решение.

Пусть AP = x, BP = y? CP = z. ОбозначимSплощадь треугольника APC. S = xzsin 120o. Поскольку MP – биссектриса угла APC, MPделит сторону АС и площадь треугольника в отношении х:z. Значит, площадь треугольника APMравна . Аналогично выразим площадь треугольника APKчерез площадь APB. Равенство указанных в условии площадей приводит к равенству .

Преобразуем это равенство:

х3z + x2yz + x3y +x2yz = x2yz + xy2z + xyz2 + y2z2,

(xz + yz +xy)(x2 – yz) = 0.

Таким образом, x2 – yz = 0. Следовательно, = .

Значит, треугольники APCи BPA подобны, поэтому угол BAC,равный сумме углов BAPи PBA, равен 60о.

 В

x

 М K

 P

 Z y С

 В

1. Известно, что плоскость раскрашена в два цвета произвольным образом. Докажите, что на расстоянии 1 м всегда найдутся две точки одного цвета.

Решение.

Пусть плоскость раскрашена, например, в белый и черный цвета.

Построим равносторонний треугольник со сторонами 1 м. Тогда, если концы одной из сторон одного цвета, то задача решена.

Рассмотрим случай, когда концы одной из сторон разных цветов, например, А- белого цвета, В – черного.

 А точка А - белая

 В С – черная или белая

Точка В - черная

Если точка С – черная, то решение задачи – отрезок ВС.

Если точка С – белая, то решение задачи – отрезок АС.